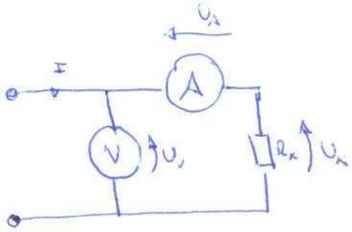
2: Voltmetro eta amperemetroaren bidezko erresistentzien neurketa.



Desbideratze luzea

R altuak

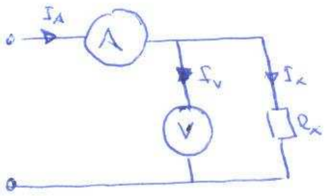
$U_v = U_A + U_x$

$R_x = \frac{U_x}{I_x} = \frac{V}{A} - R_A$

$\delta = \frac{R_A}{R_x}$

* Gero eta R altuagoa izan, orduan eta mespretxagarriagoa izango da amperemetroaren barne erresistentziak induzitutako errorea.

$R_x = \sqrt{R_A \cdot R_v}$



Desbideratze laburra

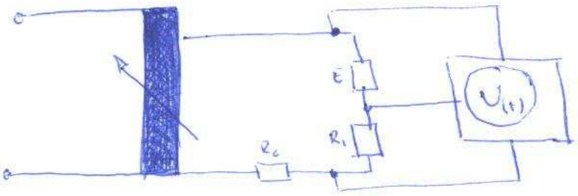
R baxuak

$I_A = I_v + I_x$

$R_x = \frac{U_x}{I_x} = \frac{V}{A - I_v}$

* Gero eta R baxuagoa izan, orduan eta handiagoa izango da I_x, I_v-rekin alderatuz. Honen ondorioz, zehatzagoa izango da neurketa.

3: Elementu pasiboen ezaugarri-kurben ikustea



Ezaugarri-kurba → definizio ekuazioaren edo irudikapen grafikoa.

$u = f(i)$ / $i = g(u)$ $\quad g^{-1} = f$

Elementuak: aktiboak edo pasiboak

R_1 → balio oso baxuko erresistentzia, korrontea pasatzean eztabaidatu 1 Ω izan badaiteke, hobe.

R_2 → inpedantzia oso baxuko elementuek neurtzean intentsitatea murrizteko. Ez dugu erabiliko.

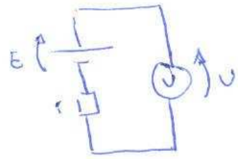
Elementu pasiboak:

- Alde bikoak: korrontea bi norantzetan eroan.
- Alde bakarrekoak: korrontea norantza batean eroaten.
- Elementu linealak: definizio ekuazio lineala.
- Elementu ez-linealak: kasu batean definizio ez da lineala.

Hau konexioz osziloskopioan → neurketa konektatu

Ezaugarri-kurba ikusteko → XY

4: Metodo industrialaren bidezko pila edo akumuladore baten barne erresistentzia eta indarraren determinazioa

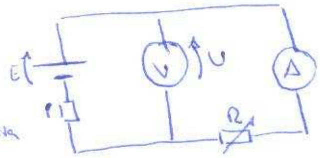


$U = E - r \cdot I$

↓ mespretxagarria

$U = E$

indarraren determinazioa

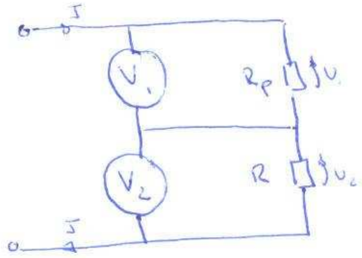


$E = U + r\,I$

$r = \frac{E - U}{I}$

barne erresistentziaren determinazioa

5: Tentsioen konparaketaren bidezko erresistentzien neurketa

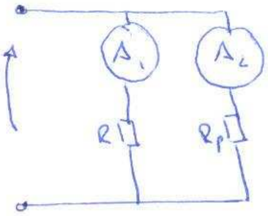


$V_1 = R_p \cdot I$

$V_2 = R \cdot I$

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_p}{R} \rightarrow R = \frac{V_2}{V_1} \cdot R_p$

6: Intentsitateen konparaketaren bidezko erresistentzien neurketa



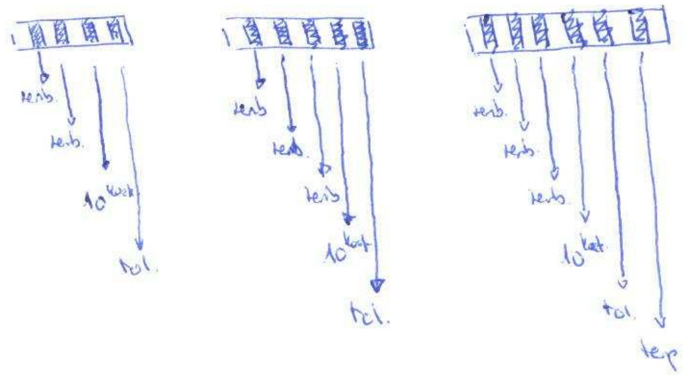
$$A_1 = \frac{U}{R} \rightarrow U = A_1 \cdot R$$

$$A_2 = \frac{U}{R_p} \rightarrow U = A_2 \cdot R_p$$

$$A_1 \cdot R = A_2 \cdot R_p \rightarrow \mathbf{R = \frac{A_2}{A_1} \cdot R_p}$$

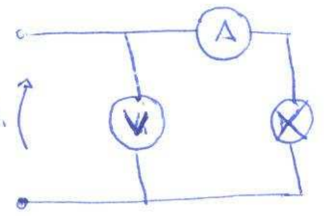
7: Erresistentzien balio ohmikoaren determinazio kodea (UNE-EN 60062) wheatstone etenohmetroa erabiliz

Koloreak	Lerro koef.	tol.	tenp
Zilarra	-2	±%10	-
Urrea	-1	±%5	-
Beltza	0	-	±250
Marroia	1	±%1	±100
Gorria	2	±%2	±50
Laranja	3	±%0'05	±15
Horia	4	-	±25
Berdea	5	±%0'5	±20
Urdina	6	±%0'25	±10
Morea	7	±%0'1	±5
Grisa	8	-	±1
Zuria	9	-	-
Kolorerik ez	-	±%20	-



0'1Ω → R10 1'5kΩ → 1K5
0'332Ω → R332 15kΩ → 15K
5'8Ω → 5R8 3'2MΩ → 3M2
33'2Ω → 33R2 5'92GΩ → 5G92

8: Goritasun lanparen baten funtzionamendu tenperaturaren determinazioa



Hotzean → korronte zuzena (1-5v) → mA neurtu

Beroan → korronte alternoa (220v) → A neurtu

Erantzuera erresistibitatea tenperaturarekin lotzen duen legea:

$\rho = f(\rho_0, \theta)$ — ρ: uneko erresistibitatea; ρ_0: erresistibitatea 0°C; θ: uneko T^a

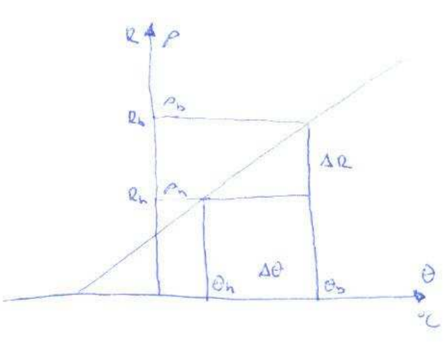
$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha\theta + \beta\theta^2 + \gamma\theta^3 + \dots)$$ Praktikan α bakarrik geratzen da nagusiki.

$$\rho_b = \rho_h (1 + \alpha\Delta\theta) \rightarrow \Delta\theta = \theta_b - \theta_h$$

wolframioaren α : 0'0042 °C^{-1}

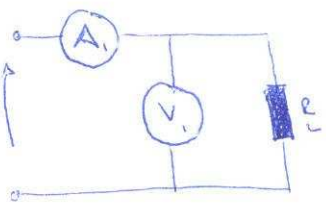
$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$ dela kontuan hartuta, eta l eta S konstanteak izanik, erresistentzien grafikoak / formulak itxura bera hartuko luke: $R_b = R_h (1 + \alpha\Delta\theta)$

$$\mathbf{\theta_b = \theta_h + \frac{R_b - R_h}{\alpha \cdot R_h}}$$



$$R_h = \frac{V_1}{A_1} \quad R_b = \frac{V_2}{A_2}$$

9: Joubet-en metodoaren bidezko haril baten autoinduktzio koefizientearen determinazioa

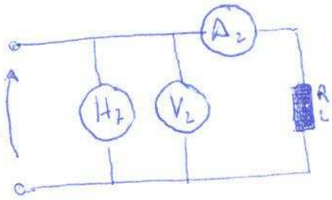


Korronte zuzena (24v) → A neurtu

$Z_L = X_L + R$

$X_L = L\cdot\omega = L\cdot 2\pi f \rightarrow f = 0$

$Z_L = R = \frac{V_1}{A_1}$

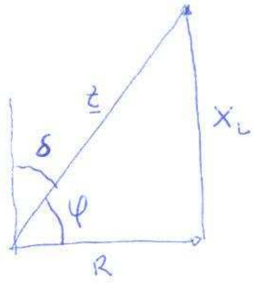


Korronte alternoa (220v) → A neurtu

$Z_L = X_L + R$

$X_L = L\cdot\omega = L\,2\pi f \rightarrow f \neq 0$

$Z_L = X_L + R \qquad Z = \frac{V_2}{A_2}$



$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2}$

$2\pi f L = \sqrt{Z^2 - R^2}$

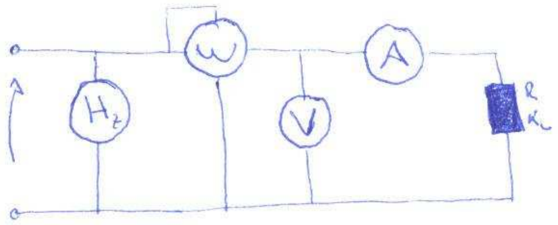
$L = \frac{\sqrt{Z^2-R^2}}{2\pi f} = \frac{\sqrt{(V_2/A_2)^2 - (V_1/A_1)^2}}{2\pi f}$

Autoindukzio koefizientea

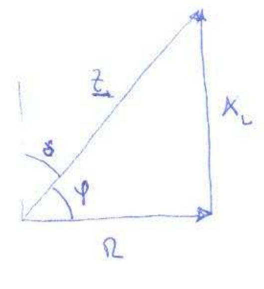
$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{\sqrt{(V_2/A_2)^2 - (V_1/A_1)^2}}{V_1/A_1}$ Kalitate-koefizientea

$\tan\delta = \frac{R}{X_L} = \frac{1}{Q}$ Galeren angelua

10: Metodo industrialaren bidezko nukleo ferromagnetikodun haril baten autoinduktzio koefizientearen determinazioa.



* Nukleo ferromagnetikodun harilak neurtzeko hobea. Aurrekoak harilkadaren erresistentzia bakarrik neurtu. Korronte zuzenean burdinezko galerak bertan kontuan hartzen. Beste instrumentu bat gehitzea, errore indizioa, aurrekoa baino nukleoaren galerak.



$Z = \frac{V}{A}$

$R = \frac{P}{A^2} \quad (P = R\cdot I^2)$

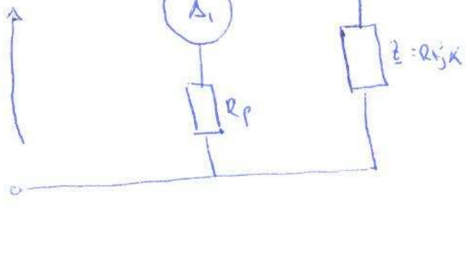
$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = 2\pi f L$

$L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{\sqrt{(V/A)^2 - (W/A^2)^2}}{2\pi f}$ Autoindukzio koefizientea

$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{\sqrt{(V/A)^2 - (W/A^2)^2}}{W/A^2}$ Kalitate faktorea

$\tan\delta = \frac{R}{X_L} = \frac{1}{Q}$

11: Hiru amperemetroren bidez karga monofasiko baten potentzia aktiboaren determinazioa.

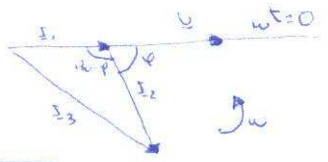


* 100 Ω-eko erresistentzia erabiltzean, intentsitatea baxuegia izateko neurri, hobe zirkuitua 127 V-ra konektatzea 220V-en ordez.

$\frac{220}{100} = 2'2A \qquad \frac{127}{100} = 1'27A$

Kirchhoff 1. legea A korapiloan

$\underline{I}_3 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$



$\underline{U}$ jatorrian

$\underline{I}$ erresistentzian fasean

Aurreko adierazpenean kosinuaren teorema ($c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$): $I_3^2 = I_1^2 + I_2^2 - 2\cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \cos(180°-\varphi)$

$$I_1^2 = \left(\frac{U}{R_p}\right)^2 \qquad \cos(180°-\varphi) = -\cos\varphi$$

* $\underline{I}_2$ φ atzerapenarekin, karga induktiboa baita.

$P = U \cdot I_2 \cdot \cos\varphi$ Z kargak xahututako potentzia aktiboa dela jakinda:

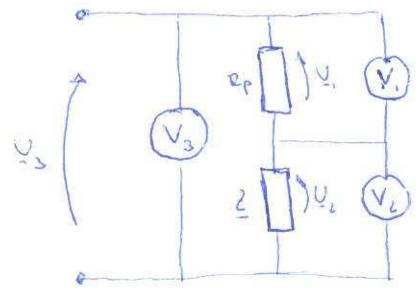
$$I_3^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2\frac{U}{R_p} I_2 \cos\varphi \rightarrow I_3^2 = I_1^2 + I_2^2 + 2\frac{P}{R_p} \rightarrow \mathbf{P} = \frac{(I_3^2 - I_1^2 - I_2^2)\cdot R_p}{2}$$

* Neurketak kontatuz egiten direnez, errorea ohi baino handiagoa izango dugu. Kontu handiz hartuko ditugu neurketak.

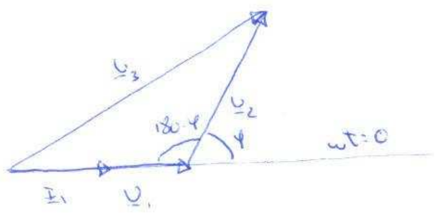
$\underline{Z}$-ren balio ohikoa antzekoa izan dadin pikoan erabilita I_1 eta I_2 antzekoak ditugu, eta horrela errorea murriztu.

* Aurreko adierazpenetik cos φ ere lortu dezakegu: $\cos\varphi = \frac{I_3^2 - I_1^2 - I_2^2}{2\cdot I_1 \cdot I_2}$

12: Hiru voltmetroen bidezko karga monofasiko baten potentzia-faktorearen determinazioa



Kirchhoff-en 2. legea: $\underline{U}_3 = \underline{U}_1 + \underline{U}_2$



$\underline{I}_1$ fasearen jatorri:

$\underline{U}_1$ (erresistentzia) fasean

$\underline{U}_2$ φ aurreratuarekin, karga induktiboa baita

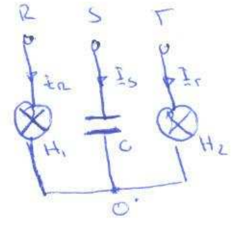
Kosinuaren teorema ($c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha$) aplikatuz: $U_3^2 = U_1^2 + U_2^2 - 2\cdot U_1 \cdot U_2 \cdot \cos(180°-\varphi)$, $\cos(180°-\varphi) = -\cos\varphi$

$$\cos\varphi = \frac{(U_3^2 - U_1^2 - U_2^2)}{2\cdot U_1 \cdot U_2} \rightarrow \begin{matrix} U_1 = R_p \cdot I \\ P = I \cdot U_2 \cdot \cos\varphi \end{matrix} \rightarrow U_3^2 = U_1^2 + U_2^2 + 2\cdot R_p \cdot P$$

$$P = \frac{U_3^2 - U_1^2 - U_2^2}{2\cdot R_p}$$

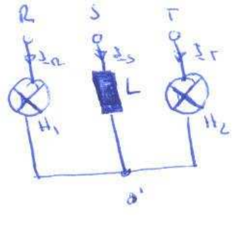
* Aurrekoan bezala, zeror eta $|R_p - Z|$ txikiagoa izan, orduan eta errore txikiagoa.

13: Tentsioetan orekatutako sistema trifasikoen faseen jarraipen-ordenaren determinazioa

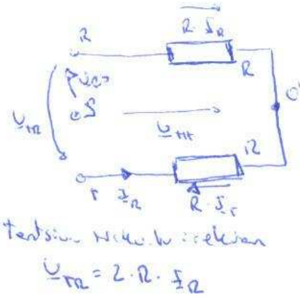


* Kalkulatzerako lanparak erresistentziaz ordezkatu:

$$\left.\begin{matrix} P = U \cdot I \\ I = U/R \end{matrix}\right\} R = \frac{U^2}{P}$$



Thevenin-en baliokidea S eta O' artean; kasu bietarako:



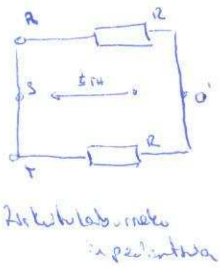
Tentsio zirkuituarekin

$\underline{U}_{TR} = 2\cdot R \cdot \underline{I}_R$

$\underline{U}_{RS} = \underline{U}_{TH} - R\cdot \underline{I}_R$

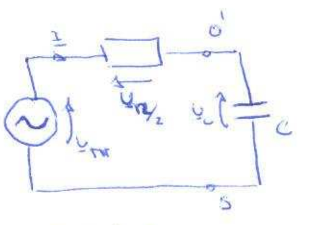
$\underline{U}_{TH} = \underline{U}_{RS} + R\cdot \underline{I}_R$

$\underline{U}_{TH} = \underline{U}_{RS} + \frac{\underline{U}_{TR}}{2}$



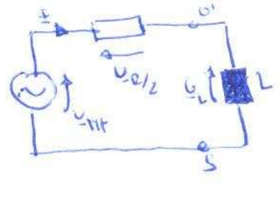
Zirkuitulaburreko inpedantzia

$$\underline{Z}_{TH} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$$



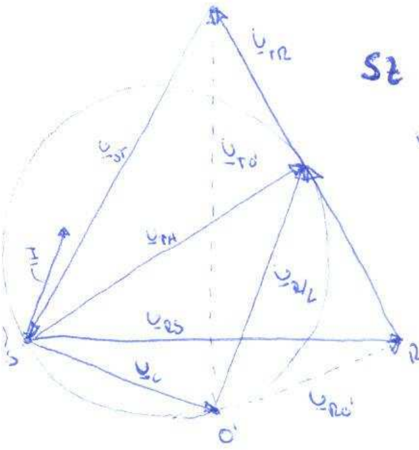
- $\underline{U}_C$ eta $\underline{U}_{R/2}$ koadratura osatuz, RC zirkuitua baita
- $\underline{U}_C$, $\underline{U}_{R/2}$-rekiko atzeratuta
- $\underline{U}_C$ eta $\underline{U}_{R/2}$-ren batura = $\underline{U}_{RS} + \underline{U}_{TR/2}$

Zirkuitu baliokidea



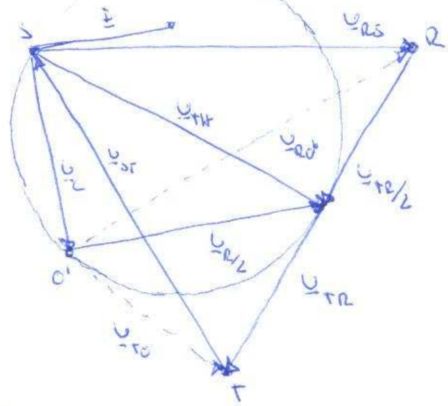
- $\underline{U}_L$ eta $\underline{U}_{R/2}$ koadratura osatuz, RL zirkuitua baita.
- $\underline{U}_L$ eta $\underline{U}_{R/2}$ desfasatuta, lehenengoa aurreratuta
- $\underline{U}_L$ eta $\underline{U}_{R/2}$-ren batura = $\underline{U}_{RS} + \underline{U}_{TR/2}$

Kondentsadorearekin.



SZ

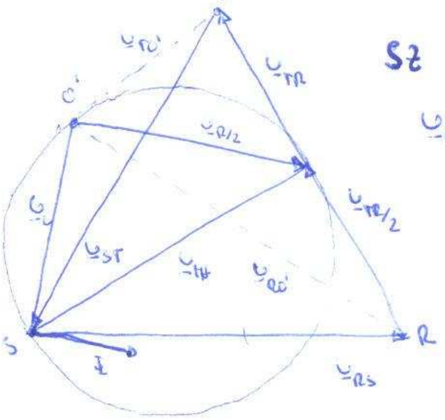
$U_{TO'} > U_{RO'}$
↓
H_2-k gehiago argitu



AS

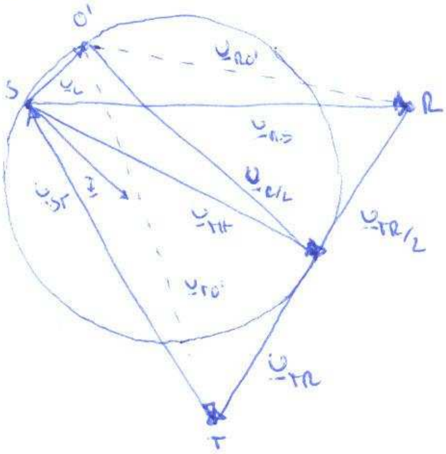
$U_{RO'} > U_{TO'}$
↓
H_1-ek gehiago argitu

Heilarekin



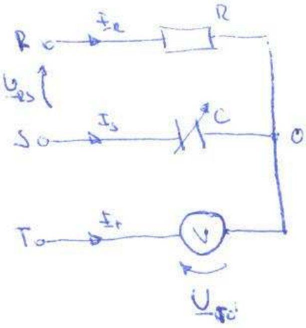
SZ

$U_{RO'} > U_{TO'}$
↓
H_1-ek gehiago argitu



AS

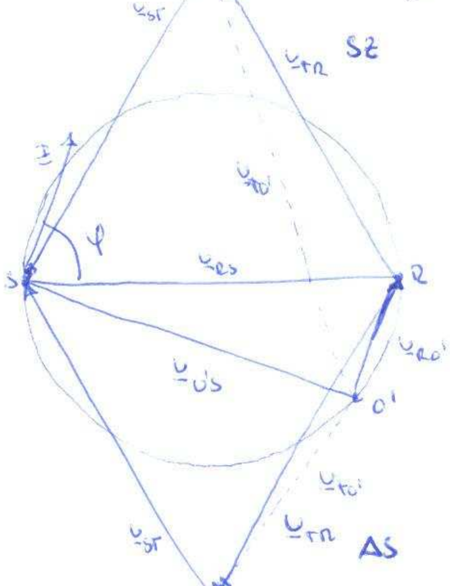
$U_{TO'} > U_{RO'}$
↓
H_2-k gehiago argitu



* Voltmetroak $U_{TO'}$ neurituko du. Inpedantzia infinitukoa dela suposatuz, I_T nulu bat hartu dezakegu, eta RC serie zirkuitu bat izango bagenu bezala aztertuko dugu gurea, U_{RS} tentsioak elikatuta eta I_{RS} korronteak zeharkatuta.

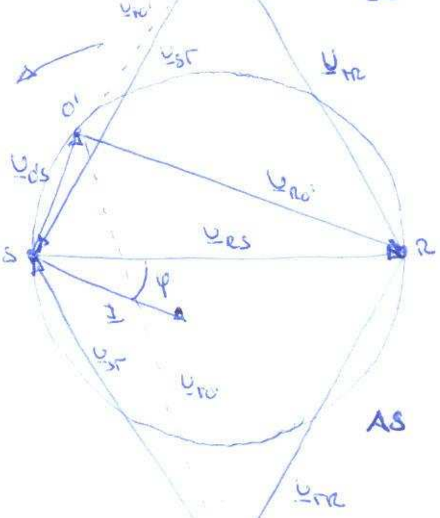
- I_{RS}, U_{RS}-rekiko φ aurreratuta, karga kapazitiboa baita
- $U_{RO'}$ R puntura heldu eta I_{RS}-rekiko paraleloa
- $U_{O'S}$ S puntutik irten eta I_{RS}-rekiko 90° atzeratuta
- $U_{RO'}$ eta $U_{O'S}$ elkar moztean duten puntua = O'

Kondentsadorearekin



SZ → V > lineako tentsioa
AS → V < lineako tentsioa

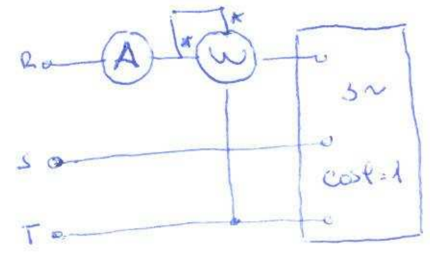
SZ → V < lineako tentsioa
AS → V > lineako tentsioa

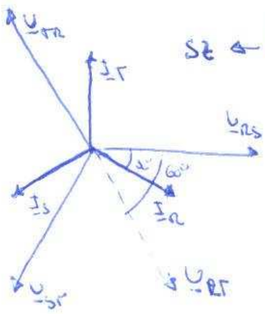


Heilarekin

* Kasu honetan, I_{RS} U_{RS}-rekiko φ atzeratuta dago, karga induktiboa baitugu, eta $U_{O'S}$ I_{RS}-rekiko 90° aurreratuta agertuko da.

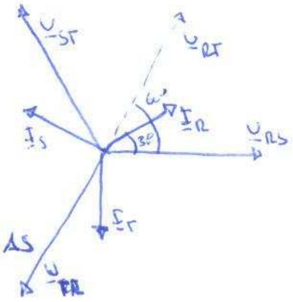
14: Karga erresistibo huts orekatuko tentsioetan orekatutako sistema trifasikoetako potentzia aktiboaren neurketa.

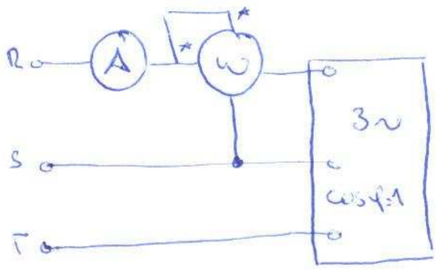


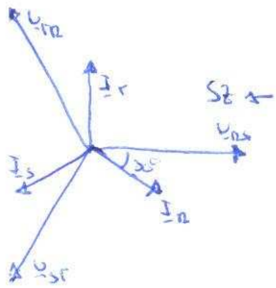


$$Sz \leftarrow \begin{cases} W = I_R \cdot U_{RT} \cdot \cos(\underline{I}_R \,\hat{}\, \underline{U}_{RT}) \\ W = I_L \cdot U_K \cdot \cos 30^\circ \\ W = I_L \cdot U_K \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} W = I_R \cdot U_{RT} \cdot \cos(\underline{I}_R \,\hat{}\, \underline{U}_{RT}) \\ W = I_L \cdot U_K \cdot \cos 30^\circ \\ W = I_L \cdot U_K \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right\} \rightarrow \Delta S$$

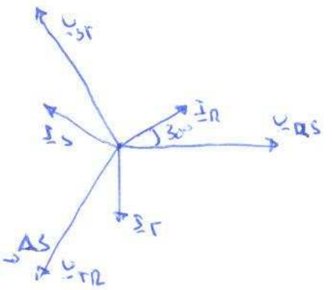






$$Sz \leftarrow \begin{cases} W = I_R \cdot U_{RS} \cdot \cos(\underline{I}_R \,\hat{}\, \underline{U}_{RS}) \\ W = I_L \cdot U_K \cdot \cos 30^\circ \\ W = I_L \cdot U_K \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} W = I_R \cdot U_{RS} \cdot \cos(\underline{I}_R \,\hat{}\, \underline{U}_{RS}) \\ W = I_L \cdot U_K \cdot \cos 30^\circ \\ W = I_L \cdot U_K \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right\} \rightarrow \Delta S$$

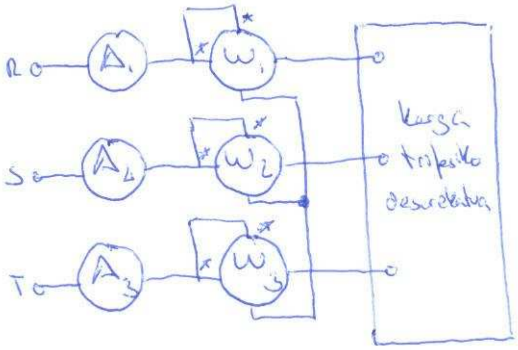


Lau kasuetan, wattmetroaren irakurketa berdina: $W = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot U_K \cdot I_L$

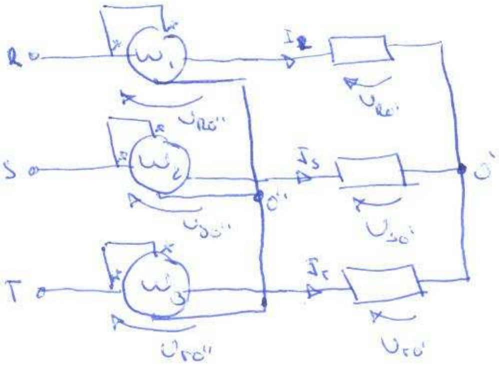
Potentzia aktiboa karga orekatuan sistema trifasikoan: $P = \sqrt{3}\, U_K \cdot I_L \cdot \cos\varphi$ ($\cos\varphi = 1$, karga erresistibo hutsa)

$\Big\}$ **P = 2W**

15: Potentzia aktiboaren determinazioa karga desorekatuan eta tentsioetan orekatutako sistema trifasikoetan



* Neutro eta metodoa baliagarria da, izan ere izarrean edo triangeluan konektatutako kargetarako, erresistentzia neutroan dagoela suposatuko dugu. Triangeluan badago ere, izar baliokidea definitu genezake.



$$W_x = \frac{1}{T}\int_0^T u_{y0''} \cdot i_y \, dt \rightarrow \text{irakurketa instrumentuen arabera}$$

$$U_{y0''} = U_{y0'} - U_{0''0'} \rightarrow \text{Kirchhoffen bigarren legearen arabera}$$

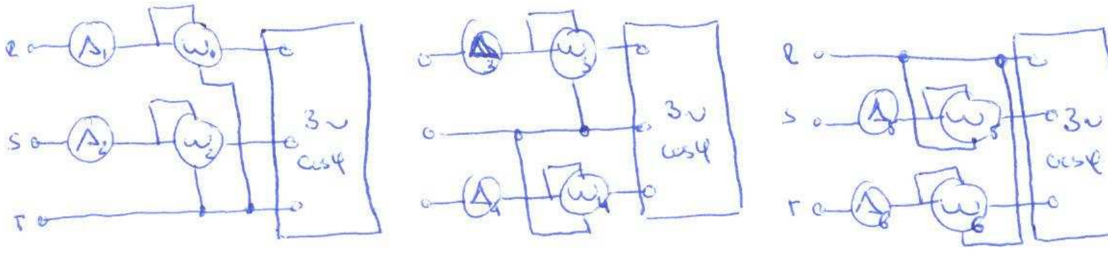
$$\Big\} \; W_x = \frac{1}{T}\int_0^T (u_{y0'} - u_{0''0'})\, i_y \, dt$$

Hiru eroaleentzat baina eta edozein sistema trifasikotan $i_S + i_R + i_T = 0$ dela kontuan izanik:

$$W_1 + W_2 + W_3 = \frac{1}{T}\int_0^T (u_{R0'} \cdot i_R + u_{S0'} \cdot i_S + u_{T0'} \cdot i_T)\, dt$$

Potentzia aktiboaren definizioarekin konparatuz:

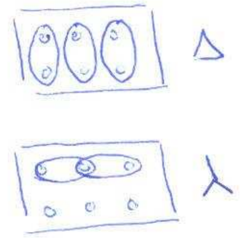
$$P = \frac{1}{T}\int_0^T (u_{R0'} \cdot i_R + u_{S0'} \cdot i_S + u_{T0'} \cdot i_T)\, dt \qquad \mathbf{P = W_1 + W_2 + W_3}$$



* Aipatutakoaren arabera, adierazitako hiru eskemetako edozein ere baliagarriak liratekeela potentzia aktiboaren kalkulurako.

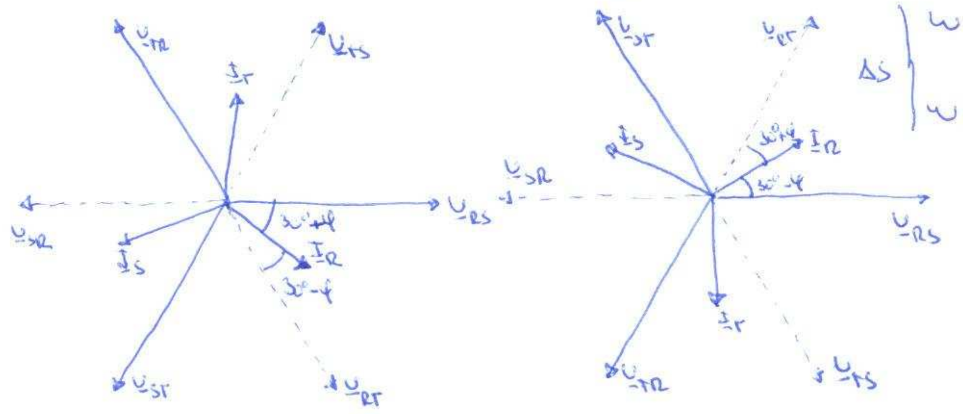
46: Potentzia aktiboa eta potentzia faktorearen determinazioa karga orekatudun eta tentsio etan orekatutako sistema trifasikoetan, wattmetro monofasikoak erabiliz.

* Eskemak aurreko praktikan erabilitako eskemetako berberak dituzu, ordezko hareatan agertzen direnak, baina kasu honetan karga orekatuen itxura dugu, desorekatua beharrean.



$$\text{St}\begin{cases} W_1 = W_4 = W_5 = U_L \cdot I_L \cdot \cos(30^\circ - \varphi) \\ W_2 = W_3 = W_6 = U_L \, I_L \cdot \cos(30^\circ + \varphi) \end{cases}$$

$$\Delta\text{S}\begin{cases} W_1 = W_4 = W_5 = U_L \cdot I_L \cdot \cos(30^\circ + \varphi) \\ W_2 = W_3 = W_6 = U_L \cdot I_L \cdot \cos(30^\circ - \varphi) \end{cases}$$



* Hemendik aurrera W_1 eta W_2 wattmetroei buruz ari diegu erreferentzia eginez

$$W_1 = U_L \cdot I_L \cdot [\cos 30^\circ \cos\varphi + \sin 30^\circ \sin\varphi]$$
$$W_2 = U_L \cdot I_L \cdot [\cos 30^\circ \cos\varphi - \sin 30^\circ \sin\varphi]$$
$$W_1 + W_2 = 2\, U_L \cdot I_L \cdot \cos 30^\circ \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos\varphi$$

Aurreko adierazpena karga orekatu batez osatutako sistema trifasikorako potentzia aktiboaren adierazpenarekin konparatuz:

$$P = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos\varphi \qquad \mathbf{P = W_1 + W_2}$$

* Bi adierazpenak kenduz, potentzia erreaktiboa lortuko dugu.

$$W_1 - W_2 = 2 \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin 30^\circ \sin\varphi$$
$$W_1 - W_2 = U_L \cdot I_L \cdot \sin\varphi$$

Karga orekatuz osatutako sistema trifasikorako:

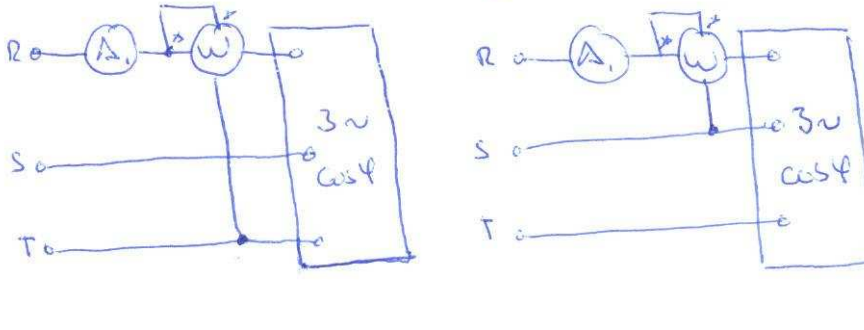
$$Q = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \sin\varphi \qquad \mathbf{Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2)}$$

* Itxurazko potentzia P eta Q erabiliz lortu dezakegu.

$$\mathbf{S = \sqrt{P^2 + Q^2}}$$

Potentzia faktorea: $\mathbf{\cos\varphi = \frac{P}{S}}$

* Alderantzizko sekuentziaren kasuan W_1 eta W_2 trukatu behar dituzu

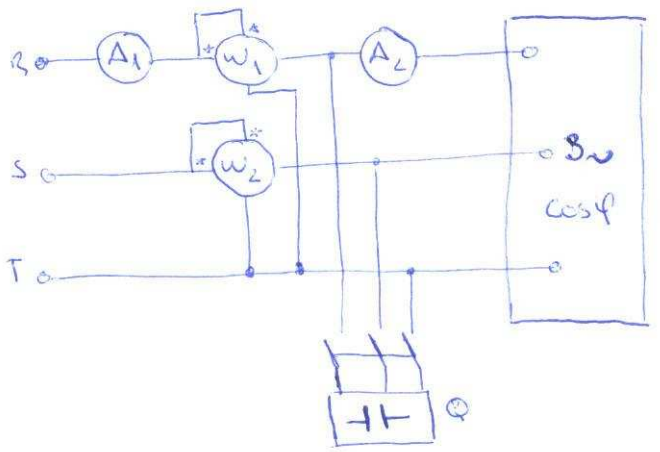


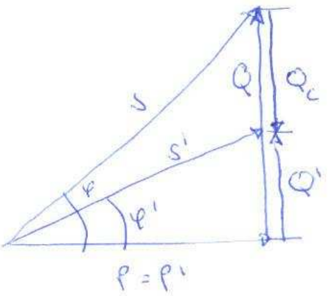
* Wattmetro bakarra erabiliz, eta eskemako bi muntaiak eginda, kalkuluak ere burutu ditzakegu:

$$W = U_{RT} \cdot I_R \cos(30^\circ - \varphi)$$
$$W = U_{RS} \cdot I_R \cdot \cos(30^\circ + \varphi)$$

* ΔS-ren kasuan kosinuak trukatuko genituzke.

17: Potentzia-faktorearen hobekuntza





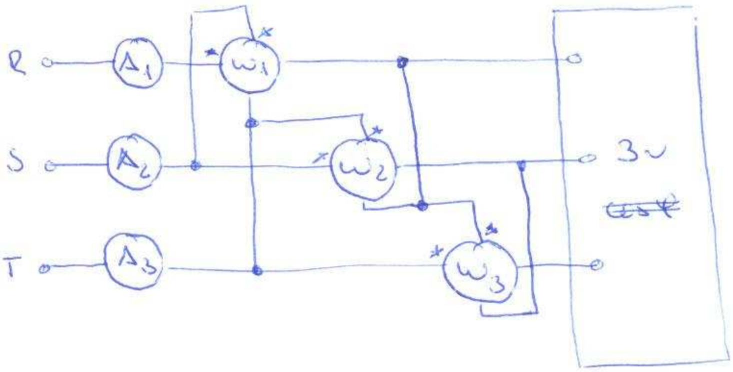
$Q = P \cdot tg\varphi$

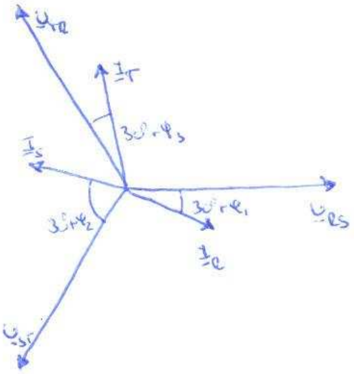
$Q' = P \cdot tg\varphi'$

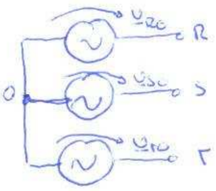
$\mathbf{Q_c = P \cdot (tg\varphi - tg\varphi')}$

$C_{izarrean} = \frac{Q_c}{U_k^2 \cdot \omega} = \frac{Q_c}{U_k^2 \cdot 2\pi f}$ $\qquad C_{triangelu} = \frac{Q_c}{3U_k^2 \cdot \omega} = \frac{Q_c}{3U_k^2 \cdot 2\pi f}$

18: Tentsioetan orekatuta eta karga desorekatudun sistema trifasikoetako potentzia erreaktiboaren neurketa.







* Kalkuluak errazteko, tentsio konposatuak izarrean konektaturiko hiru tentsio iturri idealek emanda suposatuko dugu.

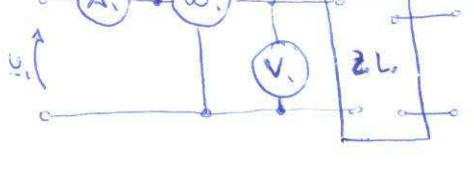
$W_x = I_y \cdot U_k \cdot \sin\varphi_*$ tentsioetan orekatutako sistema batean: $U_{ST} = U_{RS} = U_{TR} = U_{y0}\sqrt{3}$

Beraz, $W_x = \sqrt{3}\, U_{y0} \cdot I_y \cdot \sin\varphi_x$ non $U_{y0}\, I_y \cdot \sin\varphi_x$ Y faseko sorgailuko potentzia erreaktiboa (Q) den.

$W_x = \sqrt{3}\, Q_x$ Guztien potentzia batuz: $\mathbf{Q} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}(W_1 + W_2 + W_3)$

* Boucherot-en teoremaren arabera / energiaren kontserbazio printzipioan elektrizitatean: $Q_{karga} = Q_{sorgailu}$

21: Korronte alterno sinusoidalez elikatutako atebiko baten Z parametroen determinazioa.

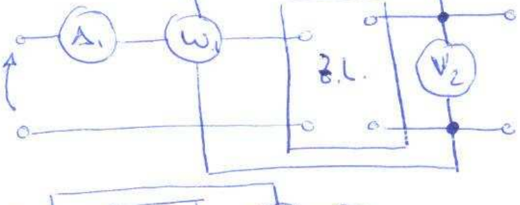


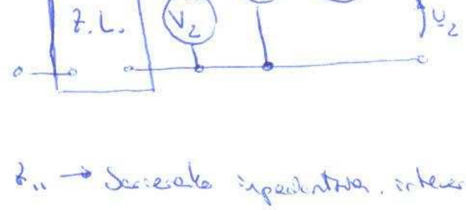
$Z_{11} = \frac{V_1}{A_1}$

$\varphi_{11} = \arccos \frac{W_1}{A_1 \cdot V_1}$

$Z_{21} = \frac{V_2}{A_1}$

$\varphi_{21} = \arccos \frac{W_1}{A_1 \cdot V_2}$



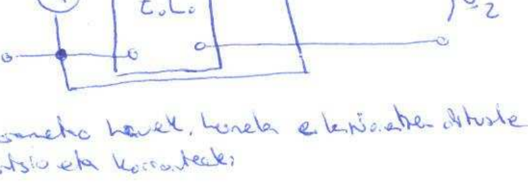


$Z_{22} = \frac{V_2}{A_2}$

$\varphi_{22} = \arccos \frac{W_2}{A_2 \cdot V_2}$

$Z_{12} = \frac{V_1}{A_2}$

$\varphi_{12} = \arccos \frac{W_2}{A_2 \cdot V_1}$



Z_{11} → Sarrerako inpedantzia, irteera zirkuitu irekian dagoenean.

Z_{22} → Irteerako inpedantzia, sarrera zirkuitu irekian dagoenean.

Z_{21} → transferentzia inpedantzia, irteera zirkuitu irekian dagoenean.

Z_{12} → transferentzia inpedantzia, sarrera zirkuitu irekian dagoenean.

* Parametro hauek, honela erlazionatzen dituzte tentsio eta korronteak:

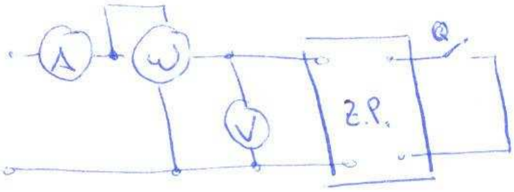
$U_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2$

$U_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2$

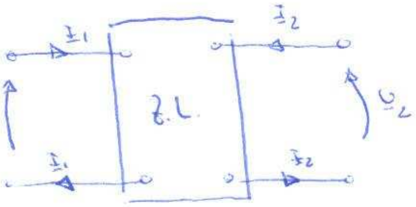
Emaitzei begiratuz, zatebiko nola jakin daitekeen: aktiboa edo pasiboa, eta pasiboa izatekotan elkarrekikoa ($\underline{Z}_{12}=\underline{Z}_{21}$).

Simetrikoa ($\underline{Z}_{12}=\underline{Z}_{21}$ eta $\underline{Z}_{11}=\underline{Z}_{22}$) edo antisimetrikoa ($\underline{Z}_{12}=\underline{Z}_{21}$ eta $\underline{\Delta}_Z=1$).

22: Korronte alterno sinusoidaleko elikadurarekin eta elkarrekikoak, linealak, eta simetrikoak diren zatebikoen transmisio zuzeneko parametroen determinazioa.



$$\underline{U}_1 = \underline{A}\cdot\underline{U}_2 - \underline{B}\cdot\underline{I}_2$$
$$\underline{I}_1 = \underline{C}\cdot\underline{U}_2 - \underline{D}\cdot\underline{I}_2$$



Q zabalik → $\underline{Z}_{10} = \dfrac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}$ non $\underline{I}_2=0$ eta $\underline{Z}_{10} = \dfrac{\underline{A}}{\underline{C}}$ $\qquad \underline{C} = \underline{A}/\underline{Z}_{10}$

$\underline{A} = \underline{D}$ (aurreko puntuan ikusita)

Q itxita → $\underline{Z}_{cc} = \dfrac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}$ non $\underline{U}_2=0$ eta $\underline{Z}_{cc} = \dfrac{\underline{B}}{\underline{D}}$ $\qquad \underline{B} = \underline{Z}_{cc}\,\underline{A}$

$\begin{vmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{C} & \underline{D} \end{vmatrix}$, elkarrekikoa izateagatik $= 1$. $\underline{A}\cdot\underline{D} - \underline{B}\cdot\underline{C} = 1$ $\qquad \underline{A}^2 - \underline{Z}_{cc}\,\underline{A}\cdot\dfrac{\underline{A}}{\underline{Z}_{10}} = \underline{A}^2\left(1 - \dfrac{\underline{Z}_{cc}}{\underline{Z}_{10}}\right) = 1$

$Z_{10} = \dfrac{V_1}{A_1}$ $\quad \varphi_{10} = \arccos\dfrac{W_1}{A_1\cdot V_1}$ $\qquad Z_{cc} = \dfrac{V_2}{A_2}$ $\quad \varphi_{cc} = \arccos\dfrac{W_2}{A_2\cdot V_2}$